DETERMINAZIONE DEL LOTTO ECONOMICO DI APPROVVIGIONAMENTO

Un'industria di motori elettrici acquista da un fornitore esterno le gabbie per uno dei motori che assembla. Il reparto lavora mediamente 250 giorni all'anno.

Sono noti:

- costo d'acquisto per gabbia C_a = 10 [€/u];
- costo di approvvigionamento (per emissione dell'ordine, trasporto, ricevimento, controllo e immagazzinamento delle gabbie) C_L = 100 [€/ordine];
- costo di immagazzinamento (per interesse sul capitale immobilizzato, manodopera, obsolescenza e deterioramento della merce, per illuminazione, riscaldamento e manutenzione del magazzino) C_m = 0.39 [€/(u · anno)].

L'azienda ha ragione di ritenere che la domanda sia variabile statisticamente secondo la distribuzione di frequenza riportata in tabella.

Domanda giornaliera *d* [u/giorno]	Probabilità *p*	Probabilità cumulata
150	0,01	0,01
200	0,04	0,05
250	0,06	0,11
300	0,79	0,90
350	0,05	0,95
400	0,03	0,98
450	0,02	1,00

Si determini l'entità del lotto economico di approvvigionamneto nell'ipotesi che le ordinazioni siano regolari e costanti e i consumi siano lineari; si determinino, inoltre, la scorta di sicurezza (*SS*) e il livello di riordino (*LR*) supponendo che il costo per mancato servizio (C_{ms}) sia pari a 1,5 [€/u].

Per la determinazione dell'entità del lotto economico assumeremo che il consumo giornaliero di gabbie sia uniforme e pari al valore atteso della domanda:

$$\overline{d} = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot d_i$$

$$\overline{d} = 150 \cdot 0{,}01 + 200 \cdot 0{,}04 + 250 \cdot 0{,}06 + 300 \cdot 0{,}79 + 350 \cdot 0{,}05 + 400 \cdot 0{,}03 + 450 \cdot 0{,}02 = 300 \quad \text{[u/giorno]}.$$

Il costo totale annuo di immagazzinamento é dato dalla somma dei seguenti contributi:

- costo annuale di acquisto: $C_1 = C_a \cdot D$
- costo annuale di rifornimento: $C_2 = C_L \cdot n_L$
- costo annuale di gestione: $C_3 = C_m \cdot g_m$
- costo per mancato servizio: $C_4 = f(SS)$

dove:

D: domanda annuale media $D = \overline{d} \cdot N_g$ [u/anno];

N_g: numero di giorni lavorativi annui [g/anno];

n_L: numero di ordini annui $n_L = \dfrac{D}{Q}$ [ordini/anno];

g_m: giacenza media; nel caso di consumi uniformi può essere calcolata come: $g_m = (g_{\max} + g_{\min})/2$ [u] e quindi essendo le giacenze minima e massima pari rispettivamente a $g_{\min} = SS$; $g_{\max} = SS + Q$, risulta

$$g_{\mathrm{m}} = SS + \frac{Q}{2} \text{ [u].}$$

Il costo annuo complessivo di gestione delle scorte è pari a:

$$C_{tot} = C_a \cdot D + \frac{D}{Q} C_L + \frac{Q}{2} C_m + f(SS) \text{ [€/anno];}$$

DETERMINAZIONE DEL LOTTO ECONOMICO

Per semplicità si assume che il costo C_a delle gabbie e il livello SS della scorta di sicurezza siano indipendenti dalla dimensione del lotto. Sotto queste ipotesi per la determinazione del lotto economico di approvvigionamento (EOQ) si può fare riferimento ad una funzione di costo (C_Q) semplificata nella quale si prescinde dal computo dei contributi relativi al costo annuale di acquisto e di gestione della scorta di sicurezza e al costo per mancato servizio, in quanto questi termini sono costanti rispetto a Q.

La funzione di costo C_Q si presenta nella forma seguente:

$$C_Q = \frac{D}{Q} C_L + \frac{Q}{2} C_m \quad \text{[€/anno].}$$

Imponendo la condizione di stazionarietà (si dimostra che è una condizione di minimo per C_Q):

$$\frac{dC_Q}{dQ} = -\frac{D}{Q^2} C_L + \frac{Cm}{2} = 0 \text{ si ha: } EOQ = \sqrt{\frac{2C_L \cdot D}{C_m}} .$$

Nel nostro caso risulta: $EOQ = \sqrt{\frac{2 \cdot 100 \cdot 75.000}{0,39}} = 6.201,7 \cong 6.200$ [u/ordine] cui corrisponde un costo

$$C_Q = 100 \cdot \frac{75.000}{6.200} + 0,39 \cdot \frac{6.200}{2} = 2419 \text{ [€/anno].}$$

DETERMINAZIONE DELLA SCORTA DI SICUREZZA

Il costo totale annuo associato ad una scorta di sicurezza comprende il costo di immagazzinamento della giacenza stessa e il costo di mancato servizio:

$$C_{SS} = C_m \cdot SS + C_{ms} \cdot UP^* \text{ [€/anno]}$$

dove UP^* è il numero annuo di unità richieste dai clienti ma non disponibili (unità perdute) [u/anno].

Con l'aumentare della scorta di sicurezza il primo termine di costo aumenta mentre il secondo diminuisce.

Definito (TA) il tempo di approvvigionamento, il livello di riordino (LR) è calcolabile come:

$$LR = \overline{d} \cdot TA + SS \text{ [u]}$$

e il numero atteso di unità perse per ciascun ordine vale:

$$\overline{UP} = \sum_{i=1}^{n} p_i \cdot UP_i \text{ [u/ordine]}$$

dove UP_i sono le unità perdute per un'assegnato livello di domanda d_i nel periodo di approvvigionamento TA e p_i le corrispondenti probabilità:

- $UP_i = (d_i \cdot TA - LR)$ [u/ordine] se $d_i \cdot TA > LR$;
- $UP_i = 0$ [u/ordine] se $d_i \cdot TA \leq LR$.

Pertanto il numero atteso di unità perse all'anno vale:

$$UP^* = n_L \cdot \overline{UP} \text{ [u/anno].}$$

L'andamento nel tempo del livello delle scorte a magazzino è rappresentato in Fig. 1.

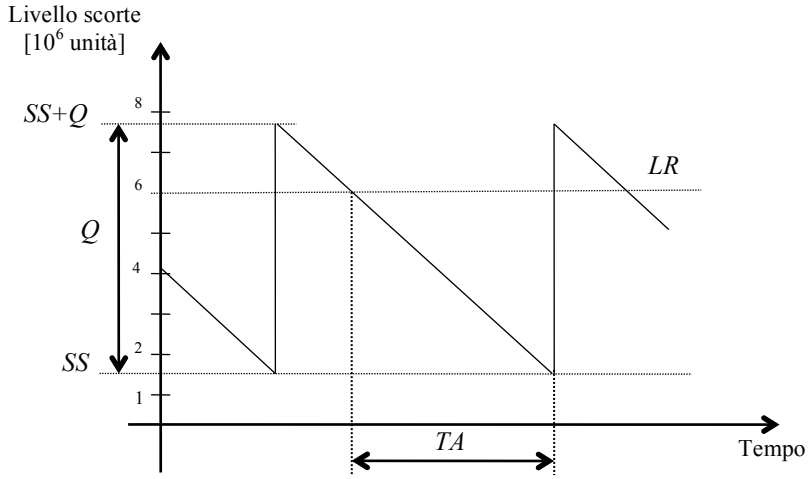

Fig. 1 - Andamento nel tempo del livello delle scorte

Per TA = 15 [giorni] si ottiene il seguente valore del livello di riordino:

$$LR = 300 \cdot 15 + SS = 4.500 + SS \text{ [u].}$$

Supponiamo che l'azienda possa mantenere quattro livelli possibili di scorta di sicurezza pari a 0, 750, 1500, 2250 [u]. Per ogni valore della scorta di sicurezza si deve valutare il costo totale annuo C_{SS} e poi ricercarne il valore minimo.

Durante il periodo di approvvigionamento la domanda può assumere valori discreti superiori al valore medio e variabili tra 350 e 450 [u/giorno] con probabilità note. A ciascun livello di domanda corrisponde un differente numero di unità perse.

SS = 0 [u]; LR = 4500 [u].

a) $d \le 300$ [u/giorno] $d \cdot TA \le LR \Rightarrow UP_{\le 300} = 0$ [u/ordine]

b) $d = 350$ [u/giorno] $UP_{350} = 350 \cdot 15 - 4.500 = 750$ [u/ordine]

c) $d = 400$ [u/giorno] $UP_{400} = 400 \cdot 15 - 4.500 = 1.500$ [u/ordine]

d) $d = 450$ [u/giorno] $UP_{450} = 450 \cdot 15 - 4.500 = 2.250$ [u/ordine]

Il valore atteso del numero di unità perse per ciascun ordine è:

$$\overline{UP} = 0,9 \cdot UP_{\le 300} + 0,05 \cdot UP_{350} + 0,03 \cdot UP_{400} + 0,02 \cdot UP_{450} = 127,5 \text{ [u/ordine]}$$

dove 0.9 è la probabilità che $d \le 300$ [u/giorno].

Poiché l'azienda emette una media di ordini annui pari a: $n_L = \frac{D}{EOQ} = \frac{75.000}{6.200} \cong 12$ [ordini/anno], risulta che il numero atteso di unità perdute all'anno vale: $UP^* = 12 \cdot 127,5 = 1.530$ [u/anno]

Il costo annuo per mancato servizio ammonta a: $C_4 = C_{ms} \cdot UP^* = 1,5 \cdot 1.530 = 2.295$ [€/anno]

Il costo totale annuo associato a $SS = 0$ vale: $C_{SS} = 0,39 \cdot 0 + 2.295 = 2.295$ [€/anno]

Ripetendo i calcoli per gli altri tre possibili livelli di scorta di sicurezza si ottiene:

SS = 750 [u]; LR = 5250 [u].

a) $d \leq 350$ [u/giorno] $UP_{\leq 350} = 0$ [u/ordine]

b) $d = 400$ [u/giorno] $UP_{400} = 750$ [u/ordine]

c) $d = 450$ [u/giorno] $UP_{450} = 1500$ [u/ordine]

$\overline{UP} = 0{,}95 \cdot 0 + 0{,}03 \cdot 750 + 0{,}02 \cdot 1.500 = 52{,}5$ [u/ordine]

$$C_{SS} = 0{,}39 \cdot 750 + 12 \cdot 52{,}5 \cdot 1{,}5 = 1238 \quad [€/\text{anno}]$$

SS = 1500 [u]; LR = 6000 [u].

a) $d \leq 400$ [u/giorno] $UP_{\leq 400} = 0$ [u/ordine]

b) $d = 450$ [u/giorno] $UP_{450} = 750$ [u/ordine]

$\overline{UP} = 0{,}98 \cdot 0 + 0{,}02 \cdot 750 = 15$ [u/ordine]

$$C_{SS} = 0{,}39 \cdot 1.500 + 12 \cdot 15 \cdot 1{,}5 = 855 \quad [€/\text{anno}]$$

SS = 2250 [u]; LR = 6750 [u].

a) $d \leq 450$ [u/giorno] $UP_{\leq 450} = 0$ [u/ordine]

$\overline{UP} = 0$ [u/ordine] $C_{SS} = 0{,}39 \cdot 2.250 = 878$ [€/anno]

Il minimo costo totale annuo si ottiene per un livello della scorta di sicurezza SS_{opt} = 1.500 [u] cui corrisponde un livello di riordino LR = 6.000 [u].

Il costo totale corrispondente al mantenimento delle gabbie in magazzino vale:

$$C = C_Q + C_a \cdot D + C_{SS} = 2419 + 10 \cdot 75.000 + 855 = 753.274 \quad [€/\text{anno}].$$

<u>Osservazioni</u> Limiti del metodo impiegato per la determinazione di SS.

1. Trascura la dipendenza di C_a da Q (all'aumentare del lotto di approvvigionamento il fornitore potrebbe praticare prezzi più vantaggiosi).

2. Trascura la dipendenza tra entità del lotto economico e SS (se l'entità del lotto aumenta si riduce di conseguenza il numero n_L di ordini annui e il valore di SS_{opt} può variare).

3. E' difficile sia la valutazione della perdita corrispondente alle condizioni di sottoscorta sia la stima dei valori che il consumo giornaliero può avere e delle corrispondenti probabilità che questi hanno di verificarsi.

4. Trascura le variazioni del tempo di approvvigionamento che possono indurre, autonomamente o in concomitanza con gli incrementi nei consumi, condizioni di sottoscorta.